

МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

Вільні механічні коливання.

Амплітуда, період, частота гармонічних коливань

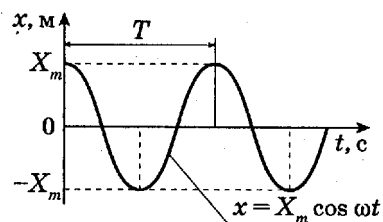
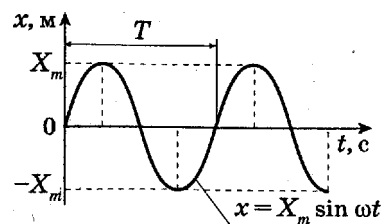
Коливання — це періодична зміна стану тіла або системи. Головна особливість коливань — це періодична зміна фізичних параметрів.

Розрізняють механічні та електромагнітні коливання. При механічних коливаннях періодично змінюються координата, швидкість, прискорення, енергія. До механічних коливань належать обертання Землі, рух тіл, закріплених на пружині або нитці, рух листя під час вітру тощо.

Вільні коливання — коливання під дією внутрішніх сил, що виникають після виведення системи зовнішньою силою зі стану рівноваги. У реальних механічних системах (внаслідок наявності сили тертя) вільні коливання завжди є згасаючими.

Вимушені коливання — коливання тіл під дією зовнішніх періодично змінних сил. Ці сили діють протягом всього часу вимушених коливань.

Гармонічні коливання — періодичні зміни фізичної величини з часом, які відбуваються за законами синуса або косинуса. За гармонічним законом при механічних коливаннях змінюються координати тіла, швидкість, прискорення.



Період коливань — час одного повного коливання, $[T] = \text{с}$.

Частота коливань — кількість коливань за 1 секунду, $[v] = \text{Гц} = 1/\text{с}$.

Період T та частота ν пов'язані формулою:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Якщо координата змінюється за законом

$$x = X_m \sin(\omega t + \varphi_0) \text{ (м)},$$

то x — миттєве значення координати, $[x] = \text{м}$; X_m — амплітудне (максимальне) значення координати; $(\omega t + \varphi_0)$ — фаза коливання — величина, що стоїть під знаком синуса або косинуса, $[\varphi] = \text{рад}$; φ_0 — рад — початкова фаза коливання; (ω) — циклічна частота коливань — чисельно дорівнює кількості коливань за 2π секунд, $[\omega] = \text{рад/с}$.

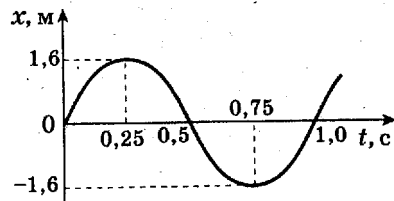
Циклічну частоту ω визначають за формулою:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi\nu}{T},$$

де 2π рад — кутова міра одного повного коливання.

Приклади розв'язування задач

1. За графіком $x(t)$ встановити закон $x(t)$.



Розв'язання

$$x = X_m \sin \omega t, X_m = 1,6 \text{ м}, T = 1 \text{ с},$$

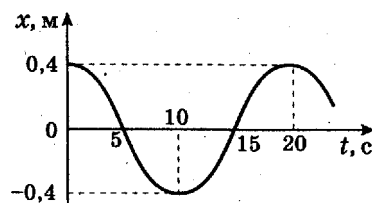
$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \omega = \frac{2\pi \text{ рад}}{1 \text{ с}} = 2\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}, x = 1,6 \sin 2\pi t \text{ (м)}.$$

2. Побудувати графік $x(t)$, якщо закон $x(t)$ має вигляд $x = 0,4 \cos 0,1\pi t$ (м). Визначити кількість коливань за 1 секунду.

Розв'язання

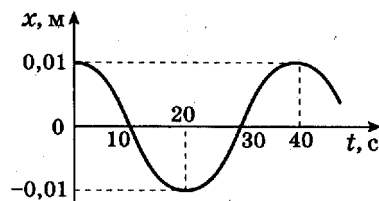
$$X_m = 0,4 \text{ м}, \omega = 0,1\pi \text{ рад/с}, \omega = \frac{2\pi}{T}, T = \frac{2\pi}{\omega};$$

$$T = \frac{2\pi \text{ рад}}{0,1\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}} = 20 \text{ с}, \quad \nu = \frac{1}{T}, \quad \nu = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ с}^{-1} = 0,05 \text{ Гц}.$$

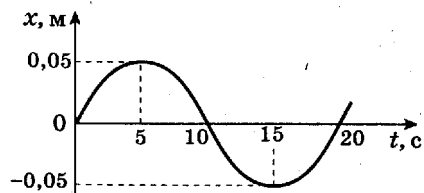


Задачі для самостійного розв'язання

1. Тіло за хвилину здійснило 30 коливань. Визначити період та частоту коливань.
2. За законом зміни координати тіла $x = 0,02 \sin 0,5\pi t$ (м) визначити координати тіла при $t_1 = 1$ с; $t_2 = 3$ с. Визначити максимальне значення координати, період та частоту коливань. Побудувати графік $x(t)$.
3. За законом зміни координати тіла $x = 0,04 \cos 0,1\pi t$ (м) визначити координати тіла при $t_1 = 5$ с; $t_2 = 10$ с. Визначити максимальне значення координати, період та частоту коливань. Побудувати графік $x(t)$.
4. За графіком $x(t)$ встановити закон $x(t)$.



5. За графіком $x(t)$ встановити закон $x(t)$.



**Математичний маятник. Коливання вантажу на пружині.
Перетворення енергії при коливальному русі**

Математичний маятник — це підвішений на нитці вантаж, розміри якого набагато менші від розмірів нитки.

Вантаж, закріплений на пружині, — це *пружинний маятник*.

	Математичний маятник	Пружинний маятник
Період вільних коливань	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
Закон збереження механічної енергії при вільних коливаннях ($F_{\text{тер}} = 0$)	$\frac{mv^2}{2} + mgh = E_{k_{\text{max}}} = E_{p_{\text{max}}}$	$\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = E_{k_{\text{max}}} = E_{p_{\text{max}}}$

У наведених формулах:

- T — період вільних коливань, $[T] = \text{с}$;
- l — довжина математичного маятника, $[l] = \text{м}$;
- g — прискорення вільного падіння в даній точці, $[g] = \text{м/с}^2$;
- v — миттєве значення швидкості тіла в момент часу t , $[v] = \text{м/с}$;
- h — миттєве значення висоти тіла над станом рівноваги в момент часу, $[h] = \text{м}$;
- m — маса пружинного маятника, $[m] = \text{кг}$;
- k — жорсткість пружини, $[k] = \text{Н/м}$;
- x — миттєве значення координати тіла в момент часу t , $[x] = \text{м}$;
- $E_k = \frac{mv^2}{2}$ — кінетична енергія тіла в момент часу t , $[E_k] = \text{Дж}$;
- $E_{k_{\text{max}}}$ — максимальне значення кінетичної енергії тіла при коливальному русі;
- $E_p = mgh$ — потенціальна енергія тіла в момент часу t , $[E_p] = \text{Дж}$;
- $E_p = \frac{kx^2}{2}$ — потенціальна енергія пружини в момент часу t ;
- $E_{p_{\text{max}}}$ — Дж — максимальне значення потенціальної енергії при коливальному русі.

Період коливань T математичного маятника не залежить від маси підвішеного вантажу та амплітуди коливань (якщо вона мала).

Під час коливального руху маятника відбувається перетворення кінетичної енергії в потенціальну і навпаки.

Приклади розв'язування задач

1. Визначити модуль прискорення вільного падіння в даній точці, якщо тіло масою 30 г здійснює 60 повних вільних коливань на нитці довжиною 50 см за 85 секунд. Нитку вважати невагомою. Розмірами тіла знехтувати. Тертям знехтувати.

Дано: $l = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$, $N = 60$ коливань, $t = 85 \text{ с}$, $m = 30 \text{ г} = 0,03 \text{ кг}$.

Знайти: g — ?

Розв'язання

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad T = \frac{t}{N};$$

$$\frac{t}{N} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; \quad \frac{t^2}{N^2} = \left(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right)^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g};$$

$$g = \frac{4\pi^2 l N^2}{t^2};$$

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot 0,5 \text{ м} \cdot 60^2}{85^2 \text{ с}^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,5 \text{ м} \cdot 3600}{85^2 \text{ с}^2} \approx 9,83 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

2. Визначити жорсткість невагомої пружини пружинного маятника, частота вільних коливань якого 15 Гц. Маса вантажу маятника 0,1 кг. Тертям знехтувати.

Дано: $\nu = 15 \text{ Гц}$, $m = 0,1 \text{ кг}$

Знайти: k — ?

Розв'язання

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad T = \frac{1}{\nu}, \quad \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

$$\frac{1}{\nu^2} = \left(2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right)^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k};$$

$$k = 4\pi^2 m \nu^2, \quad k = 4\pi^2 \cdot 0,1 \cdot 15^2 \approx 887 \left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right),$$

$$[k] = \text{кг} \cdot \text{Гц}^2 = \text{кг} \cdot \frac{1}{\text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{\text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

1. Як зміниться період коливань математичного маятника при збільшенні маси вантажу в 4 рази? Тертям знехтувати.

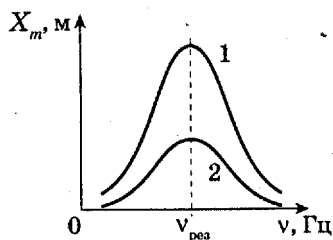
2. Як зміниться частота коливань математичного маятника при збільшенні його довжини в 4 рази? Коливання вважати вільними.
3. Визначити частоту вільних коливань математичного маятника, довжина якого 0,3 м. Прискорення вільного падіння в цій точці вважати рівним 10 м/с^2 . Тертям знехтувати.
4. Період коливань математичного маятника 2 секунди. Визначити довжину цього маятника. Прискорення вільного падіння прийняти рівним 10 м/с^2 .
5. Період коливань математичного маятника 2 секунди. Як зміниться період вільних коливань цього маятника при незмінних умовах, якщо його довжину збільшити на 21 %?
6. Період коливань математичного маятника 2 секунди. Як зміниться період вільних коливань цього маятника при незмінних умовах, якщо його довжину збільшити на 10 см?
7. У крайньому положенні висота тіла математичного маятника над його положенням у стані рівноваги $h = 0,1 \text{ м}$. Визначити максимальне значення швидкості тіла. В якій точці тіло буде мати цю швидкість? Прийняти $g = 10 \text{ м/с}^2$. Тертям та масою нитки знехтувати.
8. Визначити масу тіла, що коливається на пружині жорсткістю 100 Н/м , якщо за 0,2 секунди тіло здійснює одне повне коливання. Коливання вважати вільними.
9. Визначити частоту вільних коливань вантажу масою 0,4 кг на пружині, жорсткість якої 1000 Н/м .
10. Період вільних коливань вантажу на пружині 0,5 секунди. Як зміниться період вільних коливань, якщо масу вантажу збільшити в 1,44 разів?
11. Період вільних коливань вантажу на пружині 0,5 секунди. Як треба змінити жорсткість пружини, щоб період вільних коливань дорівнював 0,25 секунди?
12. Частота вільних коливань вантажу на пружині жорсткістю 1000 Н/м дорівнює 10 Гц. Визначити частоту коливань на тій самій пружині вантажу, маса якого на 0,1 кг більше.
13. Визначити жорсткість невагомої пружини, на якій здійснює вільні коливання вантаж масою 1 кг, якщо максимальна швидкість вантажу під час коливань 2 м/с , а максимальна координата 0,1 м. Вантаж здійснює коливання в горизонтальній площині. Тертям знехтувати.

Вимушені коливання. Резонанс

Під дією зовнішньої (вимушуючої) періодично змінюваної сили тіло здійснює вимушені коливання. При цьому зовнішня сила діє протягом всього часу вимушених коливань.

Період вимушених коливань тіла дорівнює періоду вимушуючої сили.

Якщо частота вимушуючої сили ν та власна частота коливань тіла $\nu_{\text{вільн}}$ тіла однакові, настає резонанс — різке зростання амплітуди вимушених коливань.



На різкість максимуму резонансної кривої (1; 2) дуже впливає сила тертя. Меншому значенню сили тертя відповідає більш різкий максимум кривої.

Резонанс може бути корисним (наприклад, знищення старих будівель), а в багатьох випадках — шкідливим і дуже небезпечним (загроза життю людини у разі збігу частот коливань з власними частотами певних органів, руйнування мостів, будинків, споруд промислових підприємств, пошкодження апаратури при транспортуванні тощо).

Задачі для самостійного розв'язання

1. Знайти масу вантажу, що коливається на пружині жорсткістю 240 Н/м, якщо при частоті дії вимушуючої сили 1 Гц настає резонанс.
2. Знайти жорсткість пружини, на якій коливається вантаж масою 4,5 кг, якщо при вимушуючій силі, що діє з періодом 1,5 с, настає резонанс.
3. Знайти довжину математичного маятника, якщо при вимушуючій силі, що діє з періодом 2 с, настає резонанс. Прискорення вільного падіння прийняти 10 м/с².

4. Визначити частоту дії вимушеної сили, якщо під її дією математичний маятник довжиною 40 см перебуває в стані резонансу. Прискорення вільного падіння прийняти рівним 10 м/с^2 .

Механічні хвилі. Звук

Механічна хвиля — це процес поширення механічних коливань у пружному середовищі. Механічні хвилі у вакуумі не поширюються (через відсутність частинок). Джерелом механічних хвиль є механічні коливання. При поширенні хвиль переноситься тільки енергія, а не речовина.

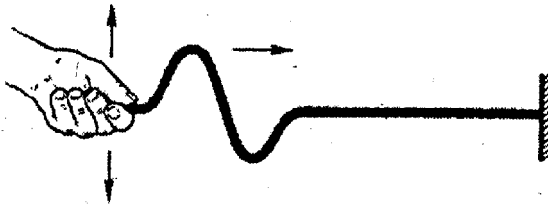
Довжина хвилі λ — це відстань між двома найближчими точками, що коливаються в однакових фазах. Довжина хвилі λ чисельно дорівнює відстані, на яку поширюється хвиля за один період коливань. Довжина хвилі λ визначається за формулою:

$$\lambda = vT ,$$

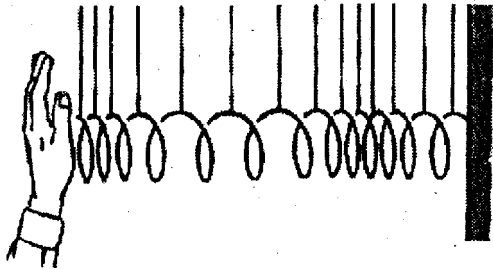
де λ — довжина хвилі; v — швидкість поширення хвилі в певному середовищі; T — період коливань.

Розрізняють поперечні та поздовжні хвилі.

Поперечні хвилі — це хвилі, що поширюються в напрямі, перпендикулярному до напрямку коливань частинок у хвилі.



Поздовжні хвилі — це хвилі, в яких коливання частинок відбуваються вздовж тієї самої прямої, що й їх поширення.



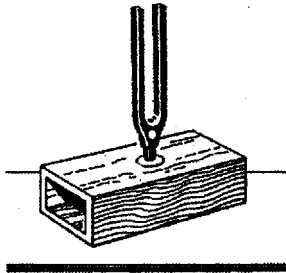
Звукові хвилі (звук) — це поперечні механічні хвилі, частоти коливань в яких лежать у межах приблизно 20 Гц — 20 000 Гц. Механічні хвилі з більшою частотою коливань (до 10^{13} Гц) — це ультразвуки. Механічні хвилі з меншою частотою коливань (до 20 Гц) — це інфразвуки.

Акустика — це розділ фізики, в якому вивчаються звукові явища. Відчуття звуку спричиняється звуковими хвилями, що досягли органу слуху — вуха. Звуки один від одного розрізняються гучністю, тоном та тембром.

Гучність пов'язана з енергією коливань у хвилі. Чим більша амплітуда коливань, тим гучніший звук сприймає людина. Гучність вимірюється в децибелах (дБ). Шум гучністю 130 дБ відчувається шкірою та спричиняє відчуття болю.

Тон звуку пов'язаний з частотою коливань у звуковій хвилі. Чим менша частота коливань у хвилі, тим нижчий основний тон звуку. Чим більша частота коливань у хвилі, тим вищий основний тон звуку.

Тембр — це наявність у звуковій хвилі коливань інших частот (крім основного тону). Саме тембр визначає неповторність того чи іншого голосу. Джерело звуку чистого тону — **камертони**, що використовуються для настроювання музичних інструментів.



Швидкість поширення звуку залежить від середовища. Для повітря (при 20°C) $v_{\text{зв}} \approx 340$ м/с. У твердих тілах швидкість звуку більша (для заліза $v_{\text{зв}} \approx 5850$ м/с).

Відбивання звукових хвиль від перешкод призводить до виникнення луни. На цьому ж явищі заснована дія ехолокаторів, за допомогою яких можливе орієнтування у просторі як живих істот (кажани, дельфіни, кіти), так і риболовецьких траулерів та інших суден. Ультразвук використовується також у техніці та медицині.

У разі збігу частоти коливань у звуковій хвилі, що розповсюджується, з власною частотою настає акустичний резонанс, завдяки чому значно підсилюється звук. Так, наявність деки у струнних музичних інструментів значно підсилює звук від коливань струни.

Приклад розв'язування задач

Визначити частоту коливань у звуковій хвилі, що поширюється в повітрі, якщо довжина хвилі 0,5 м.

Дано: $v \approx 340$ м/с, $\lambda = 0,5$ м.

Знайти: ν — ?

Розв'язання

$$\lambda = vT, T = \frac{1}{\nu}, \lambda = \frac{v}{\nu}, \nu = \frac{v}{\lambda};$$

$$\nu \approx \frac{340 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0,5 \text{ м}} \approx 680 \text{ Гц}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

1. По поверхні води в озері хвилі розповсюджуються зі швидкістю 6 м/с. Визначити період та частоту коливань у хвилі, якщо довжина хвилі 3 м.
2. Риболов помітив, що за 10 с поплавець зробив на хвилях 20 коливань, а відстань між сусідніми гребенями хвиль 1,2 м. Визначити швидкість поширення хвиль.
3. На озері в тиху погоду з човна кинули якір. Від того місця пішли хвилі. Людина на березі помітила, що хвиля дійшла до неї через 50 с. Відстань між сусідніми гребенями хвиль 0,5 м, а за 5 секунд було 20 сплесків о берег. Визначити відстань від берега до човна.
4. При польоті джмеля розповсюджується звук більш низького тону, ніж при польоті комара. Порівняйте кількість помахів крилець за однаковий час у цих комах.
5. Для чого при перевірці коліс на зупинках залізничних потягів колеса обстукують молотком?
6. Чому в горах луна багатократна?
7. Чому в деяких концертних залах не виконується музика в дуже швидкому темпі?

8. Чому на відкритому майданчику музику, співи, промови чутно гірше, ніж у приміщенні?
9. Чому в заповненій залі музику чутно гірше, ніж у пустій?
10. Для чого суфлерську кабінку оббивають войлоком?
11. Для чого електродвигуни та верстати встановлюють на амортизатори?
12. Чому висота тону звуку циркулярної пилорами знижується, коли розпилюють товсті колоди?
13. Перша струна гітари тонша за останню струну. Порівняйте частоти їх вільних коливань та висоту основного тону.
14. Чому звук від камертона, що коливається в руці, дуже тихий, а від того ж камертона, що коливається, стоячи на підставці, — гучніший?