

РОЗДІЛ 2. ДИНАМІКА

3. Відразу після старту космічний корабель рухається вертикально вгору з прискоренням 40 м/с^2 . З якою силою космонавт масою 70 кг тисне на крісло, у якому сидить? Яким є коефіцієнт перевантаження?
4. Автомобіль масою 5 т проходить верхню точку опуклого мосту зі швидкістю 36 км/год . З якою силою автомобіль тисне на міст у верхній його точці, якщо радіус кривизни мосту 100 м ? З якою швидкістю має рухатися автомобіль, щоб у верхній точці мосту опинитись у стані невагомості?
- 5*. Відерце з водою обертають у вертикальній площині на мотузці завдовжки 1 м . З якою найменшою частотою потрібно обертати відерце, щоб у момент проходження верхньої точки траєкторії вода з нього не виливалася?

§ 27. СИЛА ТЕРТЯ

?! Французький фізик Амонтон Гільйом (1663–1705), розмірковуючи про роль тертя, писав: «Усім нам траплялося виходити в ожеледицю: скільки зусиль потрібно, щоб утриматися від падіння, скільки смішних рухів доводиться робити, щоб устояти на ногах... Уявімо, що тертя зникло зовсім. Тоді ніякі тіла, чи то завбільшки з кам'яну брилу, чи то малі, як піщинки, ніколи не втримаються одне на одному. Якби не було тертя, Земля являла б собою кулю без нерівностей, подібну до рідкої краплі». Згадаємо, що таке сила тертя, яку природу вона має, які існують види тертя.

1 Які існують види тертя

У ході будь-якого руху тіло обов'язково контактує з мікро- або макротілами навколо (поверхнею іншого тіла, частинками рідини або газу, всередині яких тіло рухається, тощо). Під час такого контакту виникають сили, що сповільнюють рух тіла, — ці сили називають *силами тертя*.

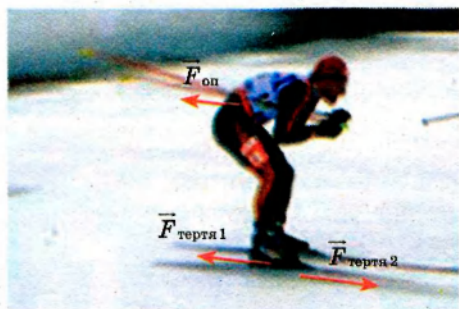


Рис. 27.1. Відносно поверхні снігу та навколишнього повітря лижник рухається вправо, тому на нього діють сила тертя $\vec{F}_{\text{тертя}1}$ та сила опору $\vec{F}_{\text{оп}}$, напрямлені вліво. Сніг відносно лижника рухається вліво, з боку лижника на сніг діє сила тертя $\vec{F}_{\text{тертя}2}$, напрямлена вправо

Сила тертя $\vec{F}_{\text{тертя}}$ — це сила, яка виникає під час руху або спроби руху одного тіла по поверхні іншого чи під час руху тіла всередині рідкого або газоподібного середовища.

Сила тертя завжди напрямлена вздовж поверхні дотичних тіл проти- лежно швидкості їхнього відносного переміщення (рис. 27.1).

Тертя між поверхнею твердого тіла та навколишнім рідким або газоподібним середовищем, у якому це тіло рухається, називають *опором середовища* або *рідким (в'язким) тертям*. Тертя між поверхнями двох дотичних твердих тіл називають *сухим тертям*. Розрізняють три види сухого тертя: *тертя спокою, тертя ковзання, тертя кочення*.

2 У чому причини виникнення сухого тертя

Якщо взяти лупу із сильним збільшенням і розглянути дотичні поверхні двох тіл, побачимо величезну кількість дрібних нерівностей (зазублин, шерехатостей). Коли одне тіло ковзає або намагається ковзати по поверхні другого, нерівності чіпляються одна за одну й деформуються. Виникають *сили пружності*, направлені в бік, протилежний деформації. Зрозуміло, що одна нерівність не дасть помітної сили, яка перешкоджатиме руху тіла, однак таких нерівностей безліч, тому сума всіх сил пружності створює помітну силу тертя, направлену проти руху або спроби руху тіла (рис. 27.2). Це — одна з причин виникнення сили тертя.

Є й інша причина. У деяких місцях виступи тіл щільно притиснуті один до одного — відстань між ними настільки мала, що діють *сили міжмолекулярного притягання*, у результаті чого деякі нерівності виявляються ніби «склеєними». Зрозуміло, що таке «склеювання» відбувається в ході всього руху й перешкоджає йому.

І сила пружності, і сила міжмолекулярного притягання мають електромагнітне походження, тож *природа сили тертя електромагнітна*.

3 Чому силу тертя спокою називають рушійною силою

Сила тертя спокою $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$ — це сила, яка з'являється між дотичними поверхнями тіл і перешкоджає виникненню руху одного тіла по поверхні іншого.

Якщо ви спробуєте зрушити з місця важку книгу, ледь штовхаючи її пальцем, то книга не зрушиться, бо виникне сила тертя спокою, яка зрівноважить прикладену вами силу. Чим більшу силу ви будете прикладати, тим більшою буде сила тертя спокою. *Сила тертя спокою завжди дорівнює за модулем і протилежна за напрямком зовнішній силі, яка діє вздовж поверхні зіткнення тіл й намагається зрушити тіло з місця* (рис. 27.3):

$$\vec{F}_{\text{тертя сп}} = -\vec{F}_{\text{зовн}}$$

Очевидно, що чим сильніше притиснуті одна до одної поверхні дотичних тіл, тим сильніше чіпляються їхні нерівності. Саме тому зрушити з місця важкий предмет набагато складніше, ніж легкий.

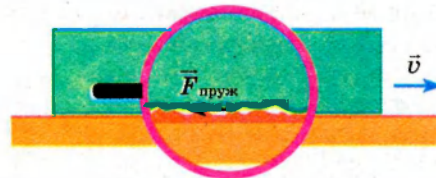


Рис. 27.2. Під час руху або спроби руху одного тіла по поверхні іншого нерівності на поверхнях тіл деформуються; сума сил пружності, які виникають при цьому, створює силу тертя: $\vec{F}_{\text{тертя}} = \sum \vec{F}_{\text{пруж}}$

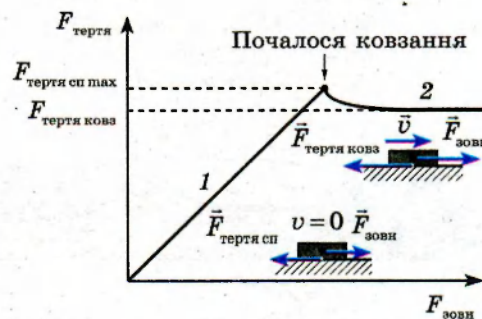


Рис. 27.3. Сила тертя спокою $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$ завжди дорівнює за модулем прикладеній (зовнішній) силі $F_{\text{зовн}}$. Коли сила тертя спокою сягає максимального значення $F_{\text{тертя сп max}}$, тіло зрушує з місця (починає ковзання)



Рис. 27.4. Шини автомобіля (а) і ступні людини (б) у момент дотику з поверхнею дороги намагаються по суті здійснити рух назад. У результаті виникає сила тертя спокою, напрямлена вперед,— рушійна сила

Дія сили тертя спокою є дуже «корисною»: завдяки їй ручки й олівці залишають слід на папері, речі не вислизують із рук, не розв'язуються вузли; ця сила утримує піщини в купі піску, важкі камені на схилі гори, коріння рослин у ґрунті. Саме сила тертя спокою є тією *рушійною силою*, завдяки якій пересуваються люди, тварини, транспорт (рис. 27.4).

4 Від яких чинників залежить сила тертя ковзання

Після того як зовнішня сила, що діє на тіло, зрівнюється з максимальною силою тертя спокою, тіло починає ковзання, — у цьому випадку говорять про *силу тертя ковзання*.

Сила тертя ковзання $\vec{F}_{\text{тертя ковз}}$ — це сила, яка виникає під час відносного руху (ковзання) одного тіла по поверхні іншого.

Сила тертя ковзання завжди напрямлена вздовж поверхні дотику тіл у бік, протилежний напрямку відносної швидкості руху тіл (див. рис. 27.1, 27.3).

Експериментально встановлено, що *сила тертя ковзання залежить від властивостей дотичних поверхонь тіл* (рис. 27.5) і *прямо пропорційна силі нормальної реакції опори $\vec{N}$* (рис. 27.6). Цю залежність можна записати у вигляді:

$$F_{\text{тертя ковз}} = \mu N,$$

де μ — *коефіцієнт тертя ковзання*, який залежить, зокрема, від матеріалів, з яких виготовлені дотичні тіла, і якості обробки їхніх поверхонь*.

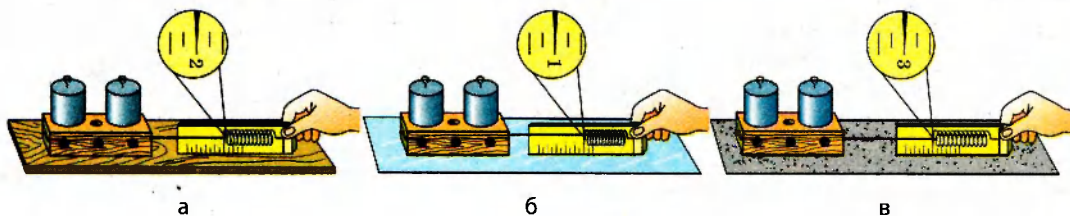


Рис. 27.5. Якщо змінюється матеріал дотичних поверхонь, змінюється й сила тертя ковзання. Дерев'яний брусок ковзає: а — по дерев'яній дошці; б — по склу; в — по наждачному паперу

* Коефіцієнт тертя ковзання залежить також від *відносної швидкості руху дотичних поверхонь*. Однак на малих швидкостях ця залежність є незначною, тому під час розв'язування задач будемо нею нехтувати.

Коефіцієнти тертя ковзання визначають експериментально. Зазвичай таблиці значень коефіцієнтів тертя ковзання містять орієнтовні середні значення для пар матеріалів:

Матеріали	Коефіцієнт тертя ковзання μ
Сталь по льоду	0,02
Сталь по сталі	0,20
Дерево по дереву	0,25
Папір по дереву	0,40
Шкіра по чавуну	0,56
Гума по бетону	0,75

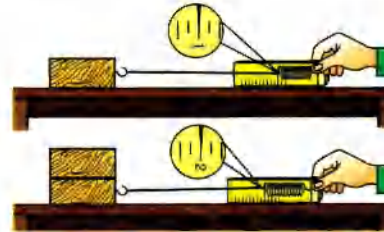


Рис. 27.6. Якщо сила, що притискає брусок до поверхні столу, збільшується вдвічі, то сила тертя ковзання теж збільшується вдвічі

Слід зазначити: 1) *сила тертя спокою й сила тертя ковзання не залежать від площі дотичних поверхонь*, тому, наприклад, заточування ковзанів не збільшує силу тертя; 2) *сила тертя ковзання трохи менша за максимальну силу тертя спокою** (див. рис. 27.3), тому тіло зрушує з місця ривком, а масивні предмети важче зрушити з місця, ніж потім тягти.

Силу тертя ковзання можна зменшити, змастивши дотичні поверхні. Тверде змащення змінює якість поверхні, а рідке віддаляє дотичні поверхні одну від одної, у результаті чого *сухе тертя замінюється рідким*, значно слабшим.

Тертя істотно зменшиться, якщо між дотичними поверхнями розташувати тверді котки. Дослід показує, що за однакових умов *сила тертя ковзання в десятки разів більша за силу тертя кочення*. Докладніше про силу тертя кочення й рідке тертя пропонуємо вам дізнатися самостійно.

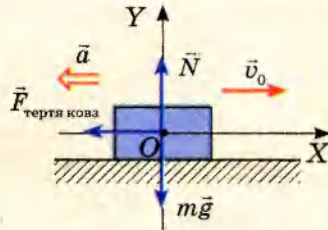
5 Учимися розв'язувати задачі

Задача. Обчисліть гальмівний шлях і час гальмування автомобіля, якщо він рухався по прямій горизонтальній ділянці дороги й перед початком гальмування мав швидкість 90 км/год. Коефіцієнт тертя ковзання гуми по бетону 0,75.

Дано:
 $v = 90$ км/год =
 $= 25$ м/с
 $\mu = 0,75$
 $g \approx 10$ м/с²
 $s = ?$
 $t = ?$

Аналіз фізичної проблеми. Щоб визначити гальмівний шлях і час гальмування автомобіля, необхідно знати прискорення його руху. Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо сили, що діють на автомобіль, напрямки осей координат (СВ пов'яжемо з точкою на поверхні Землі), напрямки швидкості та прискорення (швидкість руху автомобіля зменшується, тому напрямок прискорення протилежний напрямку швидкості).

* Розв'язуючи задачі, будемо вважати, що $F_{\text{тертя сп max}} = F_{\text{тертя ковз}} = \mu N$.



Пошук математичної моделі, розв'язання.

Згідно з другим законом Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя ковз}} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

Скориставшись рисунком, знайдемо проекції сил на осі OX та OY , нижче запишемо формулу для обчислення сили тертя ковзання:

$$\begin{cases} OX: -F_{\text{тертя ковз}} = -ma \quad (\text{оскільки } mg_x = 0; N_x = 0), \\ OY: -mg + N = 0 \quad (\text{оскільки } F_{\text{тертя } y} = 0; a_y = 0), \\ F_{\text{тертя ковз}} = \mu N. \end{cases}$$

Розв'язавши систему рівнянь, знайдемо a :

$$N = mg \Rightarrow F_{\text{тертя ковз}} = \mu mg \Rightarrow \mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g.$$

Для визначення гальмівного шляху та часу руху скористаємося формулами проекцій швидкості та переміщення для рівноприскореного руху:

$$v_x = v_{0x} + a_x t; \quad s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Конкретизуємо ці рівняння: оскільки $v_x = 0$; $v_{0x} = v_0$; $a_x = -a$;

$$s_x = s, \text{ маємо: } 0 = v_0 - at; \quad s = \frac{v_0^2}{2a}. \text{ Отже: } v_0 = at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}. \text{ З огляду}$$

$$\text{на те що } a = \mu g, \text{ остаточно отримуємо: } s = \frac{v_0^2}{2\mu g}; \quad t = \frac{v_0}{\mu g}.$$

Визначимо значення шуканих величин:

$$[s] = \frac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м}/\text{с}^2} = \text{м}, \quad \{s\} = \frac{625}{15} \approx 42, \quad s \approx 42 \text{ м};$$

$$[t] = \frac{\text{м}/\text{с}}{\text{м}/\text{с}^2} = \text{с}, \quad \{t\} = \frac{25}{7,5} \approx 3,3, \quad t \approx 3,3 \text{ с}.$$

Відповідь: гальмівний шлях $s \approx 42$ м; час гальмування $t \approx 3,3$ с.



Підбиваємо підсумки

Сила тертя — це сила, яка виникає під час руху або спроби руху одного тіла по поверхні іншого чи руху тіла всередині рідкого або газоподібного середовища. Сила тертя завжди напрямлена вздовж поверхонь дотичних тіл протилежно швидкості їхнього відносного переміщення.

Сила тертя спокою — це сила, яка виникає у разі прикладення до тіла зовнішньої сили, що намагається зрушити тіло з місця. Сила тертя спокою завжди дорівнює за модулем і протилежна за напрямком зовнішній силі: $\vec{F}_{\text{тертя сп}} = -\vec{F}_{\text{зовн}}$.

Сила тертя ковзання — це сила, яка виникає під час ковзання одного тіла по поверхні іншого. Сила тертя ковзання прямо пропорційна силі нормальної реакції опори: $F_{\text{тертя ковз}} = \mu N$, де μ — коефіцієнт тертя ковзання, що залежить від матеріалів, з яких виготовлені дотичні тіла, і якості обробки їхніх поверхонь.

**Контрольні запитання**

1. Дайте визначення сили тертя. 2. Які види тертя ви знаєте? 3. За яких умов виникає сухе тертя? рідке тертя? 4. Якими є причини виникнення сухого тертя? Яку природу воно має? 5. Якій силі дорівнює сила тертя спокою? 6. Чому силу тертя спокою називають рушійною силою? 7. Дайте визначення сили тертя ковзання. Як вона напрямлена і за якою формулою її обчислюють? 8. Як можна зменшити силу тертя ковзання?

**Вправа № 23**

- Чи правильним є твердження, що тертя завжди перешкоджає руху?
- Чому небезпечно вести автомобіль по мокрій або зледенілій дорозі?
- Наведіть приклади, коли силу тертя потрібно збільшувати; зменшувати. У які способи це можна зробити?
- Дерев'яний брусок рівномірно тягнуть по горизонтальній поверхні, прикладаючи силу 1 Н. Визначте коефіцієнт тертя ковзання, якщо маса бруска 200 г.
- З яким максимальним прискоренням може рухатись автомобіль, якщо максимальний коефіцієнт тертя спокою при взаємодії шин і асфальта дорівнює 0,70?
- Лижник масою 60 кг зупинився через 40 с після закінчення спуску. Визначте силу тертя, що діяла на лижника, і коефіцієнт тертя ковзання, якщо швидкість руху лижника наприкінці спуску становила 10 м/с.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

Тема. Вимірювання коефіцієнта тертя ковзання.

Мета: виміряти коефіцієнт тертя ковзання дерева по дереву; переконатися, що коефіцієнт тертя ковзання не залежить від площі дотичних поверхонь.

Обладнання: дерев'яний брусок, широка дерев'яна лінійка, набір тягарців масами по 100 г, динамометр.

ВКАЗІВКИ ДО РОБОТИ**Підготовка до експерименту**

- Перед тим як виконувати роботу, пригадайте відповіді на подані нижче запитання та розв'яжіть задачу.
 - Якими є причини виникнення сили тертя?
 - Від чого залежить і куди напрямлена сила тертя ковзання?
 - За якою формулою обчислюють силу тертя ковзання?

Задача. Брусок масою m за допомогою динамометра рівномірно й прямолінійно переміщують по горизонтальній поверхні столу (див. рисунок). Укажіть сили, що діють на брусок. Визначте коефіцієнт тертя ковзання, якщо сила, з якою тягнуть брусок (показ динамометра), дорівнює F .



- Проаналізувавши кінцеву формулу, одержану в результаті розв'язання задачі, визначте, які фізичні величини необхідно виміряти в ході лабораторної роботи та які прилади для цього потрібні.

**Експеримент**

Результати вимірювань відразу заносьте до таблиці.

1. Виміряйте вагу бруска, підвісивши його до гачка динамометра. Згідно з третім законом Ньютона вага бруска за модулем дорівнює силі нормальної реакції опори ($P = N$).
2. Покладіть брусок широкою гранню на горизонтально розташовану лінійку. За допомогою динамометра рівномірно переміщуйте брусок. За показаннями динамометра визначте силу тертя ковзання: $F_{\text{тертя кова}} = F_{\text{пруж}}$.
3. Повторіть експеримент ще тричі, по черзі поклавши на брусок один тягарець, потім два тягарці (див. рисунок), а потім три тягарці. Для кожного дослідів обчисліть силу нормальної реакції опори: $N = P_{\text{брус}} + P_{\text{тягар}}$.
4. Проведіть аналогічні дослідів, поклавши брусок на вузьку грань.

Номер дослідів	Широка грань бруска		Вузька грань бруска	
	Сила тертя ковзання $F_{\text{тертя кова}}, \text{ Н}$	Сила нормальної реакції опори $N, \text{ Н}$	Сила тертя ковзання $F_{\text{тертя кова}}, \text{ Н}$	Сила нормальної реакції опори $N, \text{ Н}$

**Опрацювання результатів експерименту**

1. Обчисліть середнє значення коефіцієнта тертя ковзання $\mu_{\text{сер1}}$ для широкої грані бруска. Для цього виконайте такі дії.
 - 1) За результатами дослідів побудуйте графік залежності сили тертя ковзання $F_{\text{тертя кова}}$ від сили N нормальної реакції опори.
(Зверніть увагу: якщо тіло не тисне на опору, то $F_{\text{тертя кова}} = 0$, тому графік проходить через точку ($N = 0$, $F_{\text{тертя кова}} = 0$); графік слід проводити так, щоб з різних боків від прямої була приблизно однакова кількість точок.)
 - 2) Обравши на графіку довільну точку й визначивши відповідні їй силу тертя ковзання $F_{\text{тертя кова}}$ та силу N нормальної реакції опори, скористайтеся формулою: $\mu_{\text{сер1}} = \frac{F_{\text{тертя кова}}}{N}$.
2. Аналогічно обчисліть середнє значення коефіцієнта тертя ковзання $\mu_{\text{сер2}}$ для вузької грані бруска.
3. Оцініть абсолютну та відносну похибки вимірювання коефіцієнта тертя ковзання для вузької та широкої граней бруска. Для цього виконайте такі дії.

- 1) Обчисліть абсолютну та відносну похибки вимірювання сили пружності динамометра та сили нормальної реакції опори: $\Delta F = \Delta N = \sqrt{\Delta F_{\text{прил}}^2 + \Delta F_{\text{вип}}^2}$; $\epsilon_F = \frac{\Delta F}{F_{\text{мін}}}$; $\epsilon_N = \frac{\Delta N}{N_{\text{мін}}}$.
- 2) Обчисліть абсолютну та відносну похибки вимірювання коефіцієнта тертя ковзання: $\epsilon_\mu = \epsilon_F + \epsilon_N$; $\Delta\mu = \epsilon_\mu \cdot \mu_{\text{ср}}$.
4. Округліть результати, запишіть результати вимірювання коефіцієнта тертя ковзання для вузької та широкої граней бруска у вигляді: $\mu = \mu_{\text{ср}} \pm \Delta\mu$.

Аналіз експерименту та його результатів

Проаналізувавши експеримент і його результати, зробіть висновок, у якому зазначте, яку величину ви вимірювали, яким є результат вимірювання, у чому причина похибки, чи залежить вимірювана величина від площі поверхні грані бруска.

Творче завдання

Запишіть план проведення експерименту зі з'ясування залежності коефіцієнта тертя ковзання від роду дотичних поверхонь. Проведіть експеримент, запишіть його результати, зробіть висновок.

§ 28. РУХ ТІЛА ПІД ДІЄЮ КІЛЬКОХ СИЛ

 Вивчаючи цей параграф, ви познайомитеся з основними етапами розв'язування задач із динаміки, розглянете приклади розв'язування деяких ключових задач. Матеріал параграфа слід ретельно опрацювати, адже з подібними задачами ви будете зустрічатися в ході вивчення всього подальшого курсу фізики.

Алгоритм розв'язування задач із динаміки

1. Уважно прочитайте умову задачі. З'ясуйте, які сили діють на тіло, яким є характер його руху (рухається це тіло з прискоренням чи рівномірно прямолінійно).
2. Виконайте пояснювальний рисунок, на якому зазначте сили, що діють на тіло, і напрямок прискорення руху тіла.
3. Виберіть систему координат*. Осі координат бажано спрямувати так, щоб якнайбільше сил було напрямлено вздовж цих осей (це не змінить результату розв'язання, але значно його спростить).
4. Запишіть рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді та в проекціях на осі координат. Запишіть формули для обчислення сил. Одержавши систему рівнянь, розв'яжіть її у загальному вигляді відносно невідомої величини. Якщо в задачі дано якісь додаткові умови, використовуйте їх.
5. Перевірте одиницю та визначте числове значення шуканої величини. Проаналізуйте результат і запишіть відповідь.

* Систему координат будемо зображувати так, щоб точка перетину осей координат перебувала на одній лінії з центром тяжіння тіла. При цьому слід пам'ятати, що ця точка нерухома відносно поверхні Землі.

2 Ковзання тіла по горизонтальній поверхні

Задача 1. Тіло масою 10 кг тягнуть по горизонтальній поверхні за мотузку, прикладаючи при цьому силу 40 Н, напрямлену під кутом 30° до горизонту. Прискорення руху тіла $2,5 \text{ м/с}^2$. Визначте коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею.

Дано:

$$m = 10 \text{ кг}$$

$$T = 40 \text{ Н}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

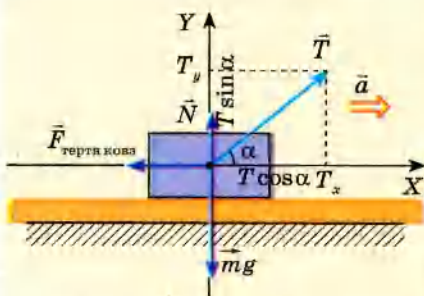
$$a = 2,5 \text{ м/с}^2$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

μ — ?

Аналіз фізичної проблеми. На тіло діють чотири сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила $\vec{N}$ нормальної реакції опори, сила $\vec{T}$ натягу мотузки та сила тертя ковзання $\vec{F}_{\text{тертя ковз}}$. Тіло збільшує швидкість свого руху, отже, прискорення та рух тіла мають однаковий напрям.

Виконаємо пояснювальний рисунок, зазначивши на ньому сили, які діють на тіло, напрямки швидкості та прискорення руху.



Пов'яжемо систему координат із тілом на поверхні Землі, вісь OY спрямуємо вертикально вгору, вісь OX — горизонтально, в напрямку руху тіла.

Пошук математичної моделі, розв'язання. Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді: $\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя ковз}} = m\vec{a}$.

Спроєкуємо рівняння на осі координат (сила натягу $\vec{T}$ не лежить на осі координат, тому для знаходження її проєкцій проведемо із кінця вектора $\vec{T}$ перпендикуляри до осей OX і OY : $T_x = T \cos \alpha$; $T_y = T \sin \alpha$) і запишемо вираз для сили тертя:

$$\begin{cases} OX: T \cos \alpha - F_{\text{тертя ковз}} = ma \text{ (оскільки } N_x = 0; mg_x = 0), \\ OY: T \sin \alpha + N - mg = 0 \text{ (оскільки } F_{\text{тертя ковз} y} = 0), \\ F_{\text{тертя ковз}} = \mu N. \end{cases}$$

Розв'язавши одержану систему рівнянь, знайдемо μ :

$$\begin{aligned} N = mg - T \sin \alpha &\Rightarrow F_{\text{тертя ковз}} = \mu(mg - T \sin \alpha) \Rightarrow \\ \Rightarrow T \cos \alpha - \mu(mg - T \sin \alpha) &= ma \Rightarrow \mu = \frac{T \cos \alpha - ma}{mg - T \sin \alpha}. \end{aligned}$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[\mu] = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг} \cdot \text{м/с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м/с}^2 - \text{Н}} = \frac{\text{Н}}{\text{Н}} = 1; \quad \{\mu\} = \frac{40 \frac{\sqrt{3}}{2} - 25}{100 - 40 : 2} = 0,12; \quad \mu = 0,12.$$

Відповідь: коефіцієнт тертя ковзання $\mu = 0,12$.

3 Рух по похилій площині

Задача 2. Автомобіль масою 4 т рухається на гору, сповільнюючи свій рух. Визначте силу тяги автомобіля, якщо ухил гори становить 0,02, а коефіцієнт опору руху дорівнює 0,04. Прискорення автомобіля є постійним і дорівнює $0,15 \text{ м/с}^2$.

Зверніть увагу: у задачі є два нові для вас терміни: ухил і коефіцієнт опору руху. Вони зустрічаються в багатьох задачах із фізики.

Ухил — це синус кута нахилу полотна дороги до горизонту. Якщо ухил є малим (меншим за 0,1), то $\cos \alpha \approx 1$ (для малих кутів $\sin \alpha \approx \alpha$, тому іноді ухил позначають як α).

Коефіцієнт опору руху враховує всі види тертя (у даному випадку — тертя кочення коліс об дорогу, тертя ковзання в осях тощо). Коефіцієнт опору руху позначають символом μ ; сила опору $F_{\text{оп}}$ напрямлена протилежно напрямку руху тіла й обчислюється за формулою: $F_{\text{оп}} = \mu N$.

Дано:

$$m = 4 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$\sin \alpha = 0,02$$

$$\mu = 0,04$$

$$a = 0,15 \text{ м/с}^2$$

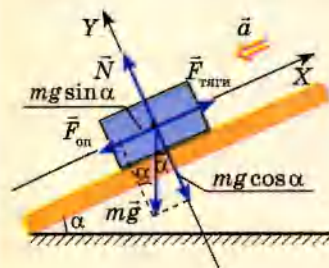
$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$F_{\text{тяги}}$ — ?

Аналіз фізичної проблеми. На тіло діють чотири сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила $\vec{N}$ нормальної реакції опори, сила тяги $\vec{F}_{\text{тяги}}$ та сила опору $\vec{F}_{\text{оп}}$.

Тіло зменшує свою швидкість, тому прискорення руху тіла напрямлене протилежно напрямку його руху.

Виконаємо пояснювальний рисунок, зазначивши на ньому сили, що діють на тіло, напрямки швидкості та прискорення руху.



Пов'яжемо систему координат із тілом на поверхні Землі, вісь OY спрямуємо перпендикулярно до поверхні дороги, вісь OX — уздовж дороги (за такого вибору осей тільки одна сила ($m\vec{g}$) не лежить на осях координат).

Пошук математичної моделі, розв'язання. Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F}_{\text{тяги}} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{оп}} = m\vec{a}.$$

Спроектуємо рівняння на осі координат (сила $m\vec{g}$ не лежить на осі координат, тому для знаходження її проекцій опустимо з кінця вектора $m\vec{g}$ перпендикуляри на осі OX і OY : $mg_x = -mg \sin \alpha$; $mg_y = -mg \cos \alpha$) і запишемо вираз для $F_{\text{оп}}$:

$$\begin{cases} OX: F_{\text{тяги}} - F_{\text{оп}} - mg \sin \alpha = -ma, \\ OY: N - mg \cos \alpha = 0, \\ F_{\text{оп}} = \mu N. \end{cases}$$

Розв'язавши одержану систему рівнянь, знайдемо $F_{\text{тяги}}$:

$$\begin{aligned} N &= mg \cos \alpha \Rightarrow F_{\text{оп}} = \mu mg \cos \alpha \Rightarrow \\ \Rightarrow F_{\text{тяги}} - \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha &= -ma \Rightarrow \\ \Rightarrow F_{\text{тяги}} &= \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha - ma = m(\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha - a). \end{aligned}$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[F_{\text{тяги}}] = \text{кг}(\text{м/с}^2 + \text{м/с}^2 + \text{м/с}^2) = \text{Н};$$

$$\{F_{\text{тяги}}\} = 4 \cdot 10^3 \cdot (0,04 \cdot 10 + 10 \cdot 0,02 - 0,15) = 1,8 \cdot 10^3;$$

$$F_{\text{тяги}} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Н} = 1,8 \text{ кН}.$$

Відповідь: сили тяги автомобіля $F_{\text{тяги}} = 1,8 \text{ кН}$.

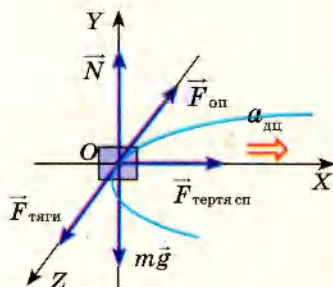
4 Рух по колу

Задача 3. На горизонтальній дорозі автомобіль має зробити поворот радіусом 45 м. Яку найбільшу швидкість може розвинути автомобіль, щоб «вписатись» у цей поворот? Коефіцієнт тертя ковзання шин об асфальт дорівнює 0,5.

Дано:
 $r = 45 \text{ м}$
 $\mu = 0,5$
 $g \approx 10 \text{ м/с}^2$
 $v_{\text{мах}} = ?$

Аналіз фізичної проблеми. Автомобіль рухається по колу, отже, він має доцентрове прискорення. На автомобіль діють п'ять сил: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила $\vec{N}$ нормальної реакції опори, сила тяги $\vec{F}_{\text{тяги}}$, сила опору $\vec{F}_{\text{оп}}$ та сила тертя спокою $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$, яка напрямлена до центра кола і завдяки якій автомобіль може зробити поворот.

Автомобіль «не впишеться» в поворот, якщо $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$ сягне максимального значення й «перейде» в силу тертя ковзання. Будемо вважати, що $F_{\text{тертя сп мах}} = \mu N$, де μ — коефіцієнт тертя ковзання.



Виконаємо пояснювальний рисунок, зазначивши на ньому сили, що діють на автомобіль, напрямки швидкості та прискорення руху. Пов'яжемо систему координат із тілом на поверхні Землі, вісь OY спрямуємо перпендикулярно до поверхні дороги, вісь OX спрямуємо до центра повороту, вісь OZ — у напрямку руху.

Пошук математичної моделі, розв'язання. Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F}_{\text{тяги}} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{оп}} + \vec{F}_{\text{тертя сп}} = m\vec{a}_{\text{ц}}.$$

Спроекуємо рівняння на осі координат; запишемо вираз для $F_{\text{тертя сп max}}$ та формулу для доцентрового прискорення $a_{\text{дц}}$:

$$\begin{cases} OX: F_{\text{тертя сп}} = ma_{\text{дц}}, \\ OY: N - mg = 0, \\ OZ: F_{\text{тяги}} - F_{\text{оп}} = 0, \\ F_{\text{тертя сп max}} = \mu N, \\ a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{r}. \end{cases}$$

Розв'яжемо одержану систему лінійних рівнянь відносно v :

$$N = mg \Rightarrow F_{\text{тертя сп max}} = \mu mg \Rightarrow \mu mg = ma_{\text{дц}} \Rightarrow \mu g = a_{\text{дц}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \mu g = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu gr}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[v] = \sqrt{\text{м/с}^2 \cdot \text{м}} = \text{м/с}; \{v\} = \sqrt{0,5 \cdot 45 \cdot 10} = 15; v = 15 \text{ м/с}.$$

Відповідь: найбільша швидкість автомобіля $v_{\text{max}} = 15 \text{ м/с}$.

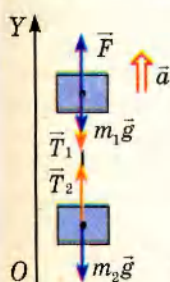
5 Рух зв'язаних систем

Задача 4. Два однакові тягарі масами 1 і 2 кг зв'язані між собою міцною нерозтяжною ниткою. Тягар масою 1 кг тягнуть вертикально вгору із силою 45 Н. Визначте прискорення тягарів і силу натягу нитки.

Дано:
 $m_1 = 1 \text{ кг}$
 $m_2 = 2 \text{ кг}$
 $F = 45 \text{ Н}$
 $g \approx 10 \text{ м/с}^2$
 $a = ?$
 $T = ?$

Аналіз фізичної проблеми. Оскільки нитка міцна й нерозтяжна, тягарі рухаються як єдине ціле з прискоренням $\vec{a}$. За допомогою нитки тягарі взаємодіють один з одним із силами $\vec{T}_1$ і $\vec{T}_2$. Згідно з третім законом Ньютона ці сили рівні за модулем і протилежні за напрямком ($\vec{T}_1 = -\vec{T}_2$).

Виконаємо пояснювальний рисунок, зазначивши на ньому сили, що діють на кожний тягар, і напрямки прискорення руху тягарів. Вісь OY спрямуємо вертикально вгору.



Пошук математичної моделі, розв'язання. Для кожного тягаря запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді та в проекції на вісь OY :

$$\begin{cases} \vec{F} + m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}, \\ m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F - m_1 g - T_1 = m_1 a, \\ -m_2 g + T_2 = m_2 a; \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} F - m_1 g - T = m_1 a, \\ -m_2 g + T = m_2 a \end{cases} \quad (\text{оскільки } T_1 = T_2 = T).$$

Розв'яжемо систему методом додавання:

$$F - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} - g.$$

Силу натягу нитки знайдемо з другого рівняння системи: $T = m_2(a + g)$. Визначимо значення шуканих величин:

$$[a] = \frac{\text{Н}}{\text{кг} + \text{кг}} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2}{\text{кг}} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad \{a\} = \frac{45}{1+2} - 10 = 5, \quad a = 5 \text{ м/с}^2;$$

$$[T] = \text{кг} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}, \quad \{T\} = 2(5 + 10) = 30, \quad T = 30 \text{ Н}.$$

Відповідь: тіла рухаються з прискоренням $a = 5 \text{ м/с}^2$, сила натягу нитки $T = 30 \text{ Н}$.



Замість підсумків

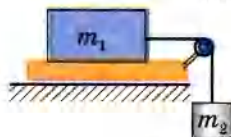
Ви познайомились із розв'язуванням деяких типових задач із динаміки. Звичайно, розглянути в рамках підручника всі типи задач неможливо, та й не потрібно. Головне — у вас є алгоритм розв'язування й приклади роботи з цим алгоритмом. Решта — за вами.

Отже, розв'язуючи будь-яку задачу з динаміки, спочатку виконайте пояснювальний рисунок, укажіть сили, запишіть рівняння другого закону Ньютона, виберіть СВ, знайдіть проекції. Звичайно, слід знати, як напрямлені сили, коли вони виникають і за якими формулами визначаються. А далі, навіть якщо ви відразу не бачите всього ходу розв'язання задачі, — не страшно. Ви обов'язково знайдете якусь величину, знання якої допоможе вам побачити подальший хід розв'язування. Можна навіть сказати так: «Якщо не знаєш, як розв'язувати задачу, то почни її розв'язувати». Не потрібно боятися зробити хибний крок. Той не перемагає, хто не вміє програвати. Навчитися розв'язувати задачі з фізики може кожен, потрібно тільки їх розв'язувати!



Вправа № 24

1. Собака упряжка починає тягти з постійною силою 150 Н санки масою 100 кг, що стоять на снігу. За який проміжок часу санки проїдуть перші 200 м шляху? Вважайте, що коефіцієнт тертя ковзання полозів об сніг дорівнює 0,05.



2. Тіло масою $m_1 = 1 \text{ кг}$ ковзає по горизонтальній поверхні під дією тягаря масою $m_2 = 250 \text{ г}$ (див. рисунок). Дана система тіл рухається з прискоренням $1,5 \text{ м/с}^2$. Визначте коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею.
3. Санчата скочуються з гори завдовжки 10 м за 2 с. Знайдіть кут нахилу гори, якщо коефіцієнт тертя ковзання полозів об сніг 0,02.
4. Автомобіль масою 3 т рухається на гору, розвиваючи силу тяги 3000 Н. З яким прискоренням рухається автомобіль, якщо коефіцієнт опору руху дорівнює 0,04, а ухил — 0,03?
5. Робітник штовхає вагонетку із силою, напрямленою вниз під кутом 45° до горизонту. Яку найменшу силу має прикласти робітник, щоб зрушити вагонетку з місця, якщо її маса 300 кг, а коефіцієнт опору 0,01? Вагонетка стоїть горизонтально.
6. Кулька, підвішена на нитці завдовжки 50 см, обертається в горизонтальній площині. З якою швидкістю рухається кулька, якщо кут відхилення нитки від вертикалі становить 60° ?