

§ 13. КРИВОЛІНІЙНИЙ РУХ ТІЛА

? Уже йшлося про те, що за формою траєкторії усі рухи діляться на два види — прямолінійні та криволінійні. Досі ми вивчали рухи, при яких траєкторією була пряма. Однак на практиці набагато частіше зустрічається криволінійний рух. Автомобіль повертає на перехресті, людина йде звивистою стежкою, планета мчить навколо своєї зорі, заряджена частинка відхиляється в магнітному полі й багато іншого — усе це приклади рухів, ділянки траєкторії яких не є прямими.

1 У чому полягають особливості криволінійного руху

Криволінійний рух — це такий рух тіла, при якому траєкторія руху тіла являє собою криву лінію.

Криволінійний рух набагато складніший, ніж прямолінійний.

По-перше, у разі криволінійного руху змінюються як мінімум дві координати тіла, яке рухається (рис. 13.1).

По-друге, у разі криволінійного руху вектор миттєвої швидкості, а отже, і вектор переміщення тіла не лежать на траєкторії руху цього тіла.

Вектор миттєвої швидкості завжди збігається з дотичною до траєкторії руху тіла в точці, що розглядається, й напрямлений у бік руху тіла (рис. 13.2, 13.3).



Рис. 13.3. Іскри феєрверка, бризки з-під коліс автомобіля напрямлені по дотичній до траєкторії руху тіла. Отже, по дотичній напрямлені і їхні миттєві швидкості (тобто швидкості в момент їхнього відриву від тіла)

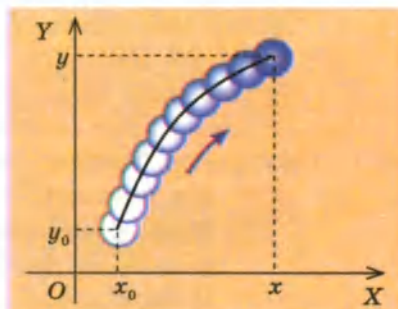


Рис. 13.1. Якщо криволінійний рух тіла відбувається на площині, то змінюються дві координати тіла — x і y

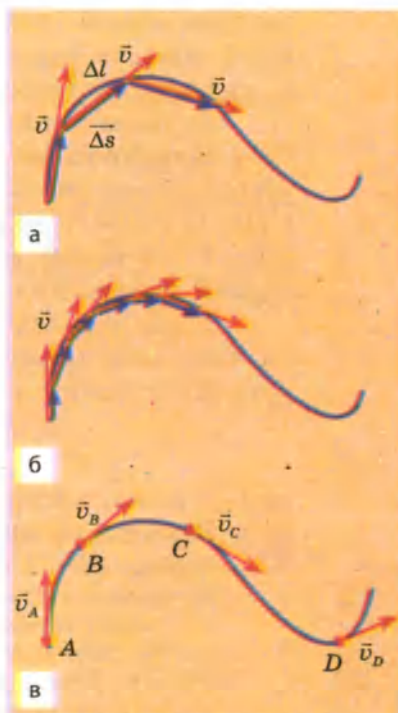


Рис. 13.2. Розбиваючи траєкторію руху тіла на дедалі менші ділянки Δl , бачимо, що напрямок швидкості все більше наближається до дотичної ($\vec{v} \uparrow \uparrow \overline{\Delta s}$) (а, б). У даній точці ($\Delta t \rightarrow 0$) миттєва швидкість напрямлена вздовж дотичної до траєкторії руху тіла (в)

По-третє, у разі криволінійного руху напрямок вектора швидкості безперервно змінюється, тому навіть якщо модуль швидкості залишається незмінним, швидкість руху не можна вважати постійною, адже для векторних величин однаково важливі і модуль, і напрямок. Безперервна зміна швидкості руху означає, що *криволінійний рух — це завжди рух із прискоренням*. Прискорення під час криволінійного руху теж безперервно змінює свій напрямок.

2 Що таке лінійна швидкість

Лінійна швидкість v — це фізична величина, яка характеризує криволінійний рух і дорівнює середній шляховій швидкості, виміряній за нескінченно малий проміжок часу.

Оскільки для дуже малих проміжків часу модуль переміщення (довжина січної Δs) наближається до довжини ділянки траєкторії (Δl) (див. рис. 13.2), то *лінійна швидкість у даній точці дорівнює модулю миттєвої швидкості*.

Саме лінійну швидкість ми маємо на увазі, коли, наприклад, характеризуємо рух автомобіля на повороті, говоримо про швидкість польоту штучних супутників Землі, описуємо рух частинки в прискорювачі або швидкість руху лижника на трасі тощо.

Із часом лінійна швидкість може змінюватися, а може залишатися величиною постійною. Залежно від цього у фізиці розглядають *нерівномірний криволінійний рух* (рух зі змінною лінійною швидкістю) і *рівномірний криволінійний рух* (рух із постійною лінійною швидкістю). У шкільному курсі фізики ви будете мати справу тільки з рівномірним криволінійним рухом.

У разі рівномірного криволінійного руху за будь-які рівні проміжки часу тіло проходить однаковий шлях, тому лінійну швидкість руху тіла можна обчислити за формулою:

$$v = \frac{l}{t},$$

де l — шлях, пройдений тілом; t — час руху тіла.

! Підбиваємо підсумки

Криволінійний рух — це такий рух тіла, при якому траєкторія руху тіла являє собою криву лінію.

Для характеристики швидкості руху тіла по криволінійній траєкторії використовують миттєву та лінійну швидкості. Вектор миттєвої швидкості завжди збігається з дотичною до траєкторії руху тіла в точці, що розглядається, а модуль миттєвої швидкості дорівнює лінійній швидкості. Оскільки під час криволінійного руху напрямок миттєвої швидкості безперервно змінюється, криволінійний рух — це завжди рух із прискоренням.

Лінійна швидкість v дорівнює середній шляховій швидкості, виміряній за нескінченно малий проміжок часу.

Рух із постійною лінійною швидкістю називають рівномірним криволінійним рухом. У разі такого руху лінійну швидкість обчислюють за формулою $v = \frac{l}{t}$.

Контрольні запитання

1. Який рух називають криволінійним? 2. Чи може тіло рухатися по криволінійній траєкторії без прискорення? Доведіть ваше твердження. 3. Як у разі криволінійного руху напрямлений вектор миттєвої швидкості? Поясніть свою відповідь. 4. Дайте визначення лінійної швидкості. 5. Які види криволінійних рухів ви знаєте? Дайте їхні визначення. 6. Як визначити лінійну швидкість у випадку рівномірного криволінійного руху?

§ 14. РІВНОМІРНИЙ РУХ ТІЛА ПО КОЛУ

Описувати криволінійний рух досить складно хоча б тому, що різних форм криволінійних траєкторій — безліч. Однак часто виявляється, що не потрібно розглядати рух по кожній кривій окремо. Подивіться уважно на рис. 14.1: окремі ділянки складної криволінійної траєкторії можна подати як сукупність дуг різних радіусів. Тому практично будь-який криволінійний рух можна розглядати як рух по дугах кіл. Як завжди, почнемо з найпростішого — з рівномірного руху по колу.

Які фізичні величини характеризують періодичність рівномірного руху по колу

Рівномірний рух тіла по колу — це такий криволінійний рух, при якому траєкторією руху тіла є коло, а лінійна швидкість і модуль миттєвої швидкості не змінюються з часом.

Рівномірний рух по колу — це *періодичний рух*, оскільки він повторюється через однакові проміжки часу, які дорівнюють часу одного повного оберту. З курсу фізики 8-го класу ви знаєте, що будь-який періодичний рух характеризується такими фізичними величинами, як *період* і *частота*.

Період обертання — це фізична величина, яка дорівнює проміжку часу, за який тіло, що рівномірно рухається по колу, здійснює один повний оберт:

$$T = \frac{t}{N}, \quad (1)$$

де T — період обертання; N — кількість повних обертів, зроблених тілом за проміжок часу t .

Одиниця періоду обертання в СІ — **секунда** (с).

Знаючи період обертання та радіус кола, по якому рухається тіло, легко визначити лінійну швидкість v руху тіла. Дійсно, за час одного повного оберту ($t = T$) тіло проходить відстань, яка дорівнює довжині кола: $l = 2\pi r$. Оскільки

$v = \frac{l}{t}$, отримаємо:

$$v = \frac{2\pi r}{T}. \quad (2)$$

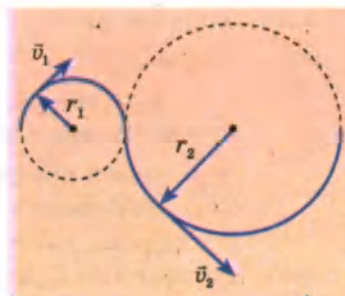


Рис. 14.1. Рух по будь-якій криволінійній траєкторії практично завжди можна подати як рух по дугах кіл

РОЗДІЛ 1. КІНЕМАТИКА

Обертова частота n — це фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості повних обертів за одиницю часу:

$$n = \frac{N}{t}, \quad (3)$$

де n — частота обертання; N — кількість повних обертів, здійснених тілом за проміжок часу t .

Одиниця обертової частоти в СІ — **оберт на секунду** (об/с, або с^{-1}).

Із формул (1) і (3) випливає, що період і обертова частота пов'язані співвідношенням:

$$n = \frac{1}{T}.$$

Підставивши цей вираз у формулу (2), одержимо ще одну формулу для лінійної швидкості рівномірного руху тіла по колу: $v = 2\pi n r$.

2 Що таке кутова швидкість і як вона пов'язана з лінійною швидкістю

Крім лінійної швидкості для характеристики швидкості руху тіла по колу часто використовують **кутову швидкість**.

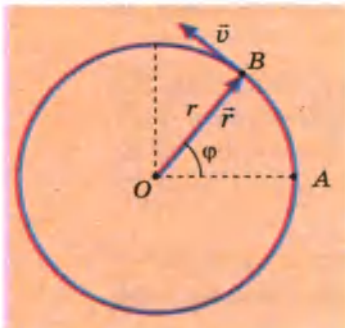


Рис. 14.2. Рівномірний рух тіла по колу: r — радіус кола; \vec{v} — вектор миттєвої швидкості в точці B ; φ — кут повороту радіус-вектора \vec{r}

Кутова швидкість — це фізична величина, яка чисельно дорівнює куту повороту радіус-вектора за одиницю часу:

$$\omega = \frac{\varphi}{t},$$

де ω — кутова швидкість; φ — кут повороту радіус-вектора за проміжок часу t (рис. 14.2).

Одиниця кутової швидкості в СІ — **радіан на секунду** (рад/с, або с^{-1})*.

Оскільки за час, що дорівнює одному періоду ($t = T$), радіус-вектор виконує один повний оберт ($\varphi = 2\pi$), кутову швидкість можна обчислити за формулою:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n. \quad (4)$$

Із формул (2) і (4) випливає, що кутова та лінійна швидкості пов'язані співвідношенням: $v = \omega r$.

3 Чому прискорення під час рівномірного руху тіла по колу називають доцентровим

Нагадаємо, що будь-який криволінійний рух — це завжди рух із прискоренням. Прискореним буде й рівномірний рух по колу, оскільки напрямок миттєвої швидкості безперервно змінюється. Визначимо модуль і напрямок прискорення, яке характеризує рівномірний рух тіла по колу.

* Кут 360° (один повний оберт) дорівнює 2π радіан, де $\pi = 3,14$.

З означення прискорення $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ випливає, що напрямки векторів прискорення та зміни швидкості збігаються ($\vec{a} \uparrow \uparrow \Delta \vec{v}$), а модуль прискорення можна знайти за формулою: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Спочатку визначимо напрямок прискорення (рис. 14.3). Для цього перенесемо вектор \vec{v}_0 паралельно самому собі так, щоб він виходив із точки B . Із рис. 14.3 видно, що за малих кутів φ вектор зміни швидкості $\Delta \vec{v}$ напрямлений до середини кола. Оскільки $\vec{a} \uparrow \uparrow \Delta \vec{v}$, то так само напрямлений і вектор прискорення \vec{a} . Доведемо, що вектор \vec{a} напрямлений безпосередньо до центра кола, тобто вздовж радіуса. Оскільки в разі руху тіла по колу його миттєва швидкість \vec{v} напрямлена по дотичній, а дотична в даній точці кола перпендикулярна до радіуса, проведеного в цю точку, то потрібно довести, що $\vec{a} \perp \vec{v}$.

Здійснимо доведення методом від протилежного. Припустимо, що вектор прискорення \vec{a} не є перпендикулярним до вектора миттєвої швидкості \vec{v} (рис. 14.4). Це означає, що проекція прискорення на вісь OX відмінна від нуля. Однак у даному випадку, якщо $a_x > 0$, то швидкість руху тіла буде збільшуватися, а якщо $a_x < 0$ — зменшуватися, отже, йдеться про нерівномірний рух, тоді як ми розглядаємо рівномірний. Таким чином, наше припущення було хибним. Отже, $\vec{a} \perp \vec{v}$.

У разі рівномірного руху тіла по колу вектор прискорення в даній точці кола завжди перпендикулярний до вектора миттєвої швидкості й напрямлений до центра кола. Саме тому прискорення тіла під час його руху по колу називають доцентровим прискоренням і записують з індексом: $\vec{a}_{\text{дц}}$ (рис. 14.5).

4 Чому дорівнює модуль прискорення під час рівномірного руху тіла по колу

Для визначення модуля прискорення знову звернемося до рис. 14.3.

Розглянемо трикутник BCD , утворений векторами $\Delta \vec{v}$ (\overline{CD}), \vec{v} (\overline{BD}) і \vec{v}_0 (\overline{BC}). Цей трикутник є рівнобедреним, оскільки $v = v_0$ (рух рівномірний).

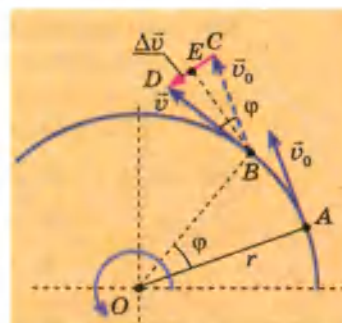


Рис. 14.3. Визначення прискорення для рівномірного руху тіла по колу. Якщо за дуже малий проміжок часу Δt тіло, рухаючись із постійною лінійною швидкістю v по дузі кола радіусом r , переміститься з точки A в точку B , то радіус-вектор тіла повернеться на малий кут φ , а зміна швидкості становитиме: $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$

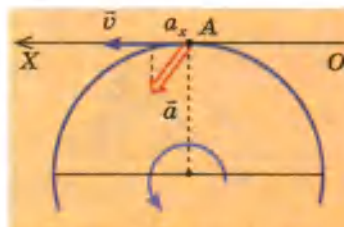


Рис. 14.4. Якщо вектор прискорення не є перпендикулярним до вектора швидкості, то a_x — проекція прискорення на вісь OX — відмінна від нуля

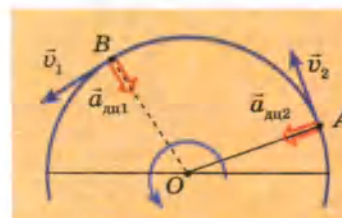


Рис. 14.5. У випадку рівномірного руху по колу прискорення руху тіла в даній точці завжди напрямлене до центра кола (є перпендикулярним до миттєвої швидкості)

Кут при вершині цього трикутника дорівнює φ ($\angle CBD = \angle AOB$ як кути зі взаємно перпендикулярними сторонами). Опустимо на сторону CD перпендикуляр BE . Висота, проведена з вершини рівнобедреного трикутника, є медіаною та бісектрисою цього трикутника, тому $CD = 2CE = 2BC \sin \frac{\varphi}{2}$, або $\Delta v = 2v \sin \frac{\varphi}{2}$. При малих кутах $\sin \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi}{2}$, тому $\Delta v = 2v \frac{\varphi}{2} = v\varphi$.

За означенням $a_{\text{дц}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, отже, $a_{\text{дц}} = \frac{v\varphi}{\Delta t}$. Оскільки $\frac{\varphi}{\Delta t} = \omega$ — кутова швидкість, а кутова та лінійна швидкості пов'язані співвідношенням $\omega = \frac{v}{r}$, то остаточно маємо: $a_{\text{дц}} = v\omega = \frac{v \cdot v}{r} = \frac{v^2}{r}$.

Отже, у разі рівномірного руху тіла по колу модуль прискорення не залежить від часу і його можна обчислити за формулою:

$$a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{r}$$

Взявши до уваги, що лінійну швидкість можна подати через період обертання, через обертову частоту і через кутову швидкість, можна записати ще ряд формул:

$$v = \frac{2\pi r}{T}, \text{ тому } a_{\text{дц}} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2};$$

$$v = 2\pi r n, \text{ тому } a_{\text{дц}} = \frac{(2\pi r n)^2}{r} = 4\pi^2 n^2 r;$$

$$v = \omega r, \text{ тому } a_{\text{дц}} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r.$$

5 Як розв'язати основну задачу механіки для рівномірного руху по колу

Розв'язати основну задачу механіки — це визначити положення тіла в будь-який заданий момент часу. Якщо відомі радіус траєкторії руху тіла (r), початкове положення тіла ($x_0; y_0$), лінійна (v) і, відповідно, кутова (ω) швидкості руху тіла по даній траєкторії, то визначити положення тіла в довільний момент часу можна трьома способами.

Спосіб 1 — за допомогою шляху l , пройденого тілом від початкового положення (рис. 14.6, а): $l = vt$.

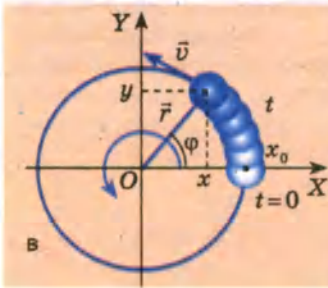
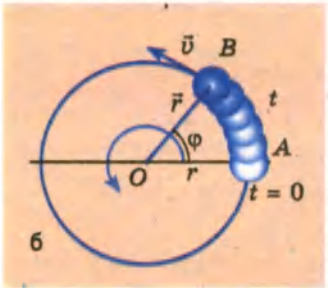
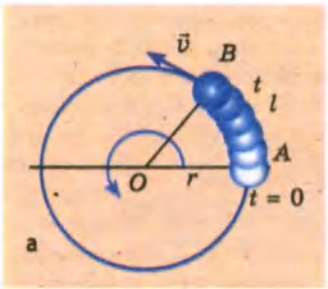


Рис. 14.6. Визначення положення тіла, яке рухається по колу: а — за пройденим шляхом: $l = vt$; б — за кутом повороту радіус-вектора: $\varphi = \omega t$; в — за рівняннями координат: $x = r \cos \varphi$; $y = r \sin \varphi$

Спосіб 2 — за допомогою кута φ повороту радіус-вектора (рис. 14.6, б): $\varphi = \omega t$.

Спосіб 3 — за допомогою рівнянь координат (рис. 14.6, в): $x = r \cos \varphi$; $y = r \sin \varphi$.

Оскільки з часом кут φ змінюється за законом $\varphi = \omega t$, то рівняння координат для рівномірного руху тіла по колу матимуть вигляд: $x = r \cos \omega t$; $y = r \sin \omega t$.

Підбиваємо підсумки

Рівномірний рух тіла по колу — це такий криволінійний рух, під час якого траєкторією руху тіла є коло, а лінійна швидкість і модуль миттєвої швидкості не змінюються з часом.

Кутова швидкість ω — це фізична величина, яка чисельно дорівнює куту φ повороту радіус-вектора за одиницю часу t : $\omega = \frac{\varphi}{t}$.

Одиниця кутової швидкості в СІ — радіан за секунду (рад/с, або с^{-1}). Кутова та лінійна швидкості пов'язані співвідношенням: $v = \omega r$.

Період обертання — це фізична величина, яка дорівнює проміжку часу, за який тіло, що рівномірно рухається по колу, робить один повний оберт: $T = \frac{t}{N}$.

Обертова частота — це фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості повних обертів за одиницю часу: $n = \frac{N}{t}$.

Період і обертова частота пов'язані співвідношенням $n = \frac{1}{T}$.

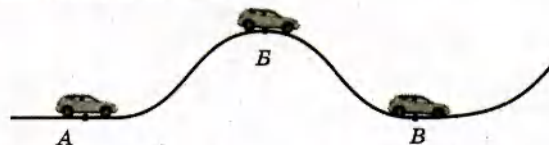
Прискорення у разі рівномірного руху тіла по колу є доцентровим ($a_{\text{дц}}$), тобто завжди напрямлене до центра кола; його модуль не залежить від часу та обчислюється за формулою: $a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$.

Контрольні запитання

1. Який рух називають рівномірним рухом по колу? 2. Які фізичні величини характеризують швидкість руху тіла по колу? Дайте їхні характеристики. 3. Яким співвідношенням пов'язані кутова та лінійна швидкості руху? Виведіть це співвідношення. 4. Охарактеризуйте фізичні величини, які описують періодичність руху тіла по колу. 5. Як пов'язані період і обертова частота? 6. Доведіть, що в разі рівномірного руху по колу прискорення напрямлене до центра цього кола. 7. За якою формулою визначають доцентрове прискорення? Виведіть цю формулу. 8. Перелічіть відомі вам способи розв'язання основної задачі механіки для рівномірного руху тіла по колу.

Вправа № 11

1. На рисунку показано траєкторію автомобіля, який рухається з постійною швидкістю. У якій із зазначених точок траєкторії доцентрове прискорення автомобіля найбільше? найменше?



2. Знайдіть кутову та лінійну швидкості обертання Землі навколо Сонця, вважаючи, що орбіта Землі — коло радіусом $1,5 \cdot 10^8$ км.

РОЗДІЛ 1. КІНЕМАТИКА

3. Радіус колеса велосипеда — 0,4 м. Скільки обертів за хвилину робить колесо, якщо швидкість руху велосипеда становить 15,7 м/с?
4. Автомобіль рухається зі швидкістю 36 км/год по опуклому мосту з радіусом кривизни 30 м. Чому дорівнює прискорення руху автомобіля та куди воно напрямлене?
5. Хвилинна стрілка годинника втричі довша за секундну. Якими є співвідношення між лінійними швидкостями та прискореннями руху кінців цих стрілок?
6. Запишіть рівняння руху тіла, яке рухається з кутовою швидкістю $\frac{1}{6}\pi \text{ с}^{-1}$ по дузі кола радіусом 10 м. Якими будуть координати тіла через 3 с після початку відліку часу?



Експериментальні завдання

1. Визначте лінійну та кутову швидкості руху точки на барабані пральної машини, а також її доцентрове прискорення під час роботи машини в режимі прання; у режимі віджимання. Які вимірювання вам необхідно здійснити, щоб виконати це завдання?
2. Визначте період обертання, обертову частоту та доцентрове прискорення точки на колесі автомобіля або велосипеда. Швидкість руху задайте самостійно.

ПІДБИВАЄМО ПІДСУМКИ РОЗДІЛУ 1 «КІНЕМАТИКА»

1. Вивчаючи розділ 1, ви познайомилися з *основними поняттями механіки*, усвідомили *сутність її основної задачі*.

Механіка — це наука про механічний рух та взаємодію матеріальних тіл.

Основна задача механіки — визначення механічного стану тіла (координат та швидкості його руху) у будь-який момент часу.

Кінематика вивчає механічний рух тіл *без з'ясування причин*, що викликають зміни цього руху.

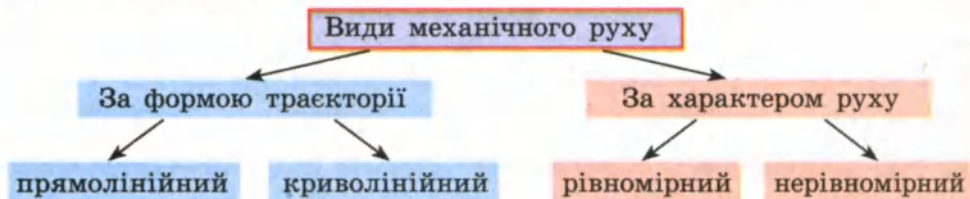
Система відліку — це тіло відліку, зв'язана з ним система координат та прилад для вимірювання часу.

Матеріальна точка — це модель тіла в умовах, за яких розмірами тіла можна знехтувати.

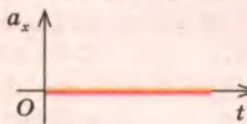
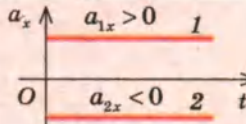
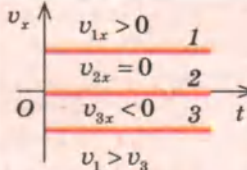
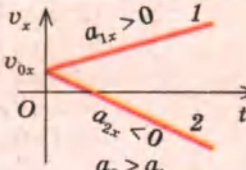
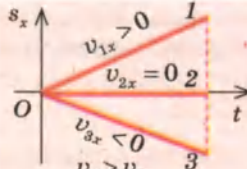
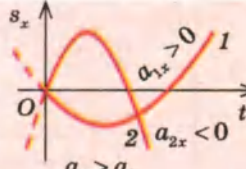
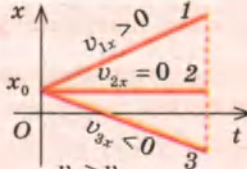
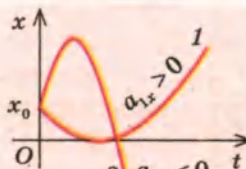
Трасекторія руху матеріальної точки — це уявна лінія, в кожній точці якої послідовно була матеріальна точка під час свого руху в просторі.

Переміщення — це векторна величина, яку графічно представляють у вигляді напрямленого відрізка прямої, проведеного із початкового положення точки до її кінцевого положення.

2. Ви дізналися про *різні види механічного руху*.



3. Ви вивчили основні фізичні величини, які характеризують рівномірний прямолінійний і рівноприскорений прямолінійний рухи.

Фізична величина	Прямолінійний рух (траєкторія — пряма лінія)			
	Рівномірний		Рівноприскорений	
	Формули	Графіки	Формули	Графіки
Прискорення руху	$a = 0$; $a_x = 0$		$\bar{a} = \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{t}$; $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$	
Швидкість руху	$\bar{v} = \frac{\bar{s}}{t}$; $v_x = \frac{s_x}{t}$		$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{a}t$; $v_x = v_{0x} + a_x t$	
Переміщення тіла	$\bar{s} = \bar{v}t$; $s_x = v_x t$; $s = vt$		$\bar{s} = \bar{v}_0 t + \frac{\bar{a}t^2}{2}$; $s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$	
Координата тіла	$x = x_0 + v_x t$		$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$	

4. Ви познайомилися з відомим випадком рівноприскореного руху — *вільним падінням тіл*, яке відбувається під дією тяжіння Землі. Прискорення вільного падіння $g \approx 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

5. Ви вивчили основні характеристики рівномірного руху матеріальної точки по колу:

Фізична величина	Позначення	Одиниця	Формула за визначенням	Формула зв'язку
Період обертання	T	с	$T = \frac{t}{N}$	$n = \frac{1}{T}$
Обертова частота	n	Гц	$n = \frac{N}{t}$	$T = \frac{1}{n}$
Лінійна швидкість	v	$\frac{\text{м}}{\text{с}}$	$v = \frac{l}{t}$	$v = \frac{2\pi r}{T}$; $v = 2\pi r n$
Кутова швидкість	ω	$\frac{\text{рад}}{\text{с}}$, або с^{-1}	$\omega = \frac{\varphi}{t}$	$\omega = \frac{2\pi}{T}$; $\omega = 2\pi n$
Доцентрове прискорення	$a_{\text{дц}}$	$\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	$a = \frac{v^2}{r}$	$a = \frac{v^2}{r}$; $a = \omega^2 r$

